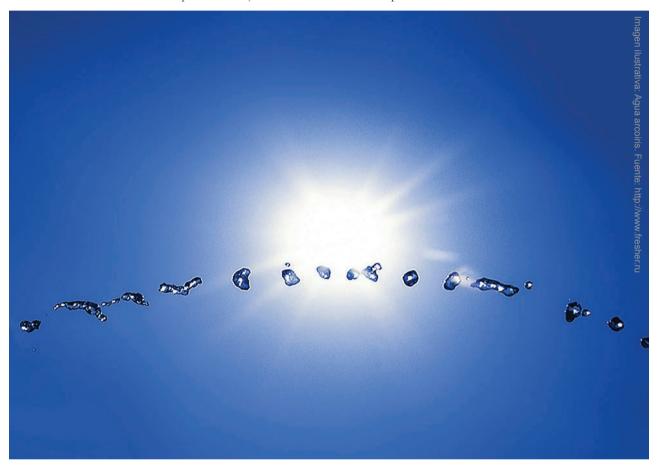
DESARROLLO DE UN MODELO INTERACTIVO PARA LA SIMULACIÓN DE UN DESTILADOR SOLAR

Alfredo José Caguao Yagua

Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda (UNEFM). Venezuela Autor para correspondencia: alfredocaguao@correo.unefm.edu.ve, alfredocaguao@gmail.com Fecha de recepción: 18 de julio de 2013 - Fecha de aceptación: 4 de octubre de 2013



Resumen

Este trabajo presenta el desarrollo de un modelo interactivo que permite predecir el comportamiento de un destilador solar de tipo caseta y cubierta simple en días claros de la Península de Paraguaná. El modelo cuenta con una estimación de la radiación solar (Método Hottel) y con un modelo matemático que permite obtener posibles temperaturas en el vidrio, agua y el fondo del destilador; así como la cantidad de flujo másico y la eficiencia instantánea y global. Fue validado comparando los resultados de la estimación solar contra datos aportados por la estación meteorológica de Punto Fijo, también comparando resultados de dos simulaciones (para una hora específica y para un día entero) con resultados arrojados en los antecedentes. Se simuló un destilador solar en Paraguaná en dos días específicos (21-03-09 y 21-12-09). Los resultados indican que la cantidad esperada de agua destilada en esa zona estaría entre 5,3 y 7 kg/m².

Palabras clave: destilador solar, radiación solar, modelo Hottel.

Abstract

This paper presents the development of an interactive model that predicts the behavior of a solar house type and simple cover on clear days the Paraguaná Peninsula. The model has an estimate of solar radiation (Hottel Method) and a mathematical model to obtain possible temperatures in the glass, water and the bottom of the distiller and the mass flow rate and the instantaneous and global efficiency. Was validated by comparing the results of the solar estimate from data provided by the meteorological station of Punto Fijo, also comparing results of two simulations (for a specific time and for a whole day) with results obtained in the background. It simulated a solar still in Paraguaná in two specific days (03/21/2009 and 21/12/2009). Results indicate that the expected amount of distilled water in that area would be between 5.3 and 7 kg/m².

Keywords: solar still, solar radiation, Hottel model.

1. INTRODUCCIÓN

La península de Paraguaná no posee ni ríos ni lagos y por lo tanto el agua es transportada actualmente desde los embalses ubicados en la Sierra de San Luis en el estado Falcón 120 km al sur. Esta agua es suministrada por medio de tuberías hasta la península, donde luego es distribuida hasta los centros poblados de la zonas urbanas y rurales, sin embargo, existen muchos habitantes de las zonas rurales que no están conectados a esta red de distribución y donde el agua no llega por medio de las tuberías, sino, a través de camiones cisternas por parte del gobierno o empresas privadas. Estos habitantes sufren escasez del vital líquido, ya que el suministro de agua a través de los camiones no es continuo, entonces el agua que tienen a su disposición en la zona donde viven es salada (mar) o salobre (de pozos), ninguna apta para el consumo humano.

En el norte de Venezuela y especialmente en la Península de Paraguaná se cuenta con unos valores de radiación solar favorables para el uso de los destiladores solares, que permiten satisfacer las necesidades de agua para el consumo humano, la cual puede extraerse del mar o de pozos de aguas subterráneas existentes en la zona. Por esta razón esta investigación plantea desarrollar un modelo interactivo que permita simular y predecir el comportamiento de un destilador solar tipo caseta de cubierta simple.

La importancia del tema radica en que a través de este modelo matemático y con la manipulación de sus variables se puede predecir el comportamiento del destilador solar, lo cual es útil para la proyección de sistemas de destiladores solares que puedan ser instalados e implementados por los organismos competentes a través de empresas públicas o privadas, e incluso con fines de investigación en las universidades del país. La instalación de estos sistemas ofrece una alternativa de solventar la escasez de agua potable a los habitantes de las zonas rurales de la península de Paraguaná y de esta forma contribuir al mejoramiento de la calidad de vida en estas comunidades, lo que se traduce en una posible reducción de padecimientos de salud como consecuencia de la insuficiencia de agua.

2. MODELO INTERACTIVO

2.1 Condiciones que son asumidas por el modelo interactivo

Las suposiciones consideradas para la simplificación del modelo matemático, y por ende de la simulación son:

- La inercia térmica del destilador es despreciable.
- El espacio de aire interno es asumido con 100% transparente para la energía solar.
- Para las propiedades ópticas el sistema fue modelado como dos medios transparentes con una superficie opaca del fondo.
- El índice de nubosidad es 0, es decir, los días son considerados claros.
- La temperatura a través de la sección de la cubierta de vidrio es constante.
- La transferencia de calor es unidimensional.
- La velocidad del viento y la temperatura ambiente son constantes en el intervalo de tiempo de simulación.
- Las propiedades ópticas y termodinámicas son constantes e independientes de la temperatura.

2.2 Modelo de Radiación Solar Hottel

La radiación total G que llega al destilador se calcula según la ecuación:

$$G = G_b + G_d \qquad (1)$$

Donde la radiación directa (G_b) y la difusa (G_d) se obtienen mediante las siguientes expresiones:

$$G_b = \tau_b G_s \left| 1 + 0.033 \cos\left(\frac{2\pi}{365}\right) n \right| \cos \theta_z \qquad (2)$$

$$G_d = \tau_d G_s \left[1 + 0,033 \cos\left(\frac{2\pi}{365}\right) n \right] \cos\theta_z \qquad (3)$$

El modelo Hottel de 1976 [1], expresa la transmisividad atmosférica para la radiación directa (τb) en función del ángulo cenital (Θz) de la altura sobre el nivel del mar (A) en kilómetros (mayor transmisividad a mayor altura) y del tipo de clima, según las siguientes ecuaciones:

$$\tau_b = a_0 + a_1 e^{\frac{-k}{\cos \theta_z}} \tag{4}$$

$$\tau_d = 0,2710 - 0,2939\tau_h$$
 (5)

Donde a₀; a1; k son parámetros empíricos que Passamai [1] calcula de la siguiente forma:

$$\begin{cases}
a_0 = r_0 \left[0,4237 - 0,00821(6 - A)^2 \right] \\
a_1 = r_1 \left[0,5055 - 0,00595(6,5 - A)^2 \right] \\
k = r_k \left[0,2711 - 0,01858(2,5 - A)^2 \right]
\end{cases} (6)$$

Los valores están dados en la Tabla 1, para distintos tipos de clima:

Tabla 1: Factores de corrección para algunos tipos de clima

Tipo de clima	r _o	\mathbf{r}_1	k
Tropical	0,95	0,98	1,02
Verano, latitud media	0,97	0,99	1,02
Verano, sub-ártico	0,99	0,99	1,01
Invierno, latitud media	1,03	1,01	1,00

2.3 Propiedades ópticas del modelo cuasi-estático

La incidencia de los rayos solares en la cubierta de vidrio, en la capa de agua y en el fondo del destilador provocan una serie de efectos ópticos caracterizados por múltiples reflexiones que juegan un papel fundamental para la captación de energía calórica. Estas propiedades ópticas pueden ser modeladas de acuerdo a Modest [2], como si fueran medios semitransparentes los cuales, absorben y emiten radiación hacia otro medio, según las siguientes ecuaciones:

Absortividad del vidrio:

$$\alpha_g = \frac{(1 - rg)(1 - a_g)}{1 - a_g r_g} \tag{7}$$

Transmisividad del vidrio:

$$\tau_{g} = \frac{a_{g} \left(1 - rg\right)^{2}}{1 - a_{g}^{2} r_{g}^{2}} \tag{8}$$

Reflectividad del vidrio:

$$\rho_g = r_g + \frac{r_g a_g^2 (1 - rg)^2}{1 - r_g^2 a_g^2}$$
 (9)

Absortividad del fondo:

$$\alpha_f = \frac{a_w (1 - b)(1 - r_w)}{1 - a_w^2 \cdot b \cdot r_w}$$
 (10)

Absortividad de la capa de agua:

$$\alpha_{w} = \frac{(1 - r_{w})(1 - a_{w})(1 + a_{w}b)}{1 - a_{w}^{2} \cdot b \cdot r_{w}}$$
 (11)

Reflectividad de la capa de agua:

$$\rho_{w} = r_{w} + \frac{\left[a_{w}^{2}b(1 - r_{w})^{2}\right]}{1 - a_{w}^{2} \cdot b \cdot r_{w}}$$
 (12)

Cuando se combinan las propiedades ópticas descritas anteriormente sobre la cubierta de vidrio, la capa de agua y el fondo del destilador, se puede obtener las propiedades ópticas efectivas que aplican en el tránsito de la radiación solar a través de estos medios según lo señala Lansing [3] y que puede observarse en la Figura 1.

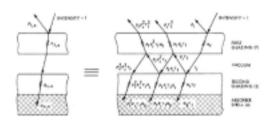


Figura 1. Combinación de las propiedades ópticas de los distintos medios

De forma análoga como se obtuvo la absortividad para cada medio, se puede obtener las absortividades efectivas para cada medio, obteniéndose las siguientes ecuaciones:

Para la cubierta de vidrio:

$$\alpha_{g,e} = \alpha_g + \frac{\alpha_g \tau_g \rho_w}{1 - \rho_g \rho_w}$$
 (13)

Para la capa de agua:

$$\alpha_{w,e} = \frac{\alpha_w \tau_g}{1 - \rho_\sigma \rho_w} \qquad (14)$$

Para el fondo del destilador:

$$\alpha_{f,e} = \frac{\alpha_f \tau_g}{1 - \rho_g \rho_w} \quad (15)$$

2.4 Balance de calor de la cubierta de vidrio

Seleccionando el volumen de control 1, que se muestra en la Figura 2, la ecuación del balance de la energía es:

$$\alpha_{g}I + m_{w}H''_{T_{w}} + \left(h_{c,wg} + h_{r,wg}\right)\left(T_{w} - T_{g}\right) = \left(h_{c,ge} + h_{r,ge}\right)\left(T_{g} - T_{e}\right)\left(\frac{A_{g}}{A_{w}}\right) + m_{w}H'_{T_{g}}$$
(16)

Donde mw es flujo másico del agua por unidad de área, I es la Intensidad de Radiación Solar que está proyectada sobre la superficie de la cubierta de vidrio. Los términos de la ecuación 16 que poseen entalpías pueden ser combinados como:

$$H''_{Tw} - H'_{Tg} = L_{Ta} + C_w (T_w - T_g)$$
 (17)

Donde L_{Ta} es el calor latente de vaporización evaluado en el espacio de aire interno a una temperatura Ta. La temperatura Ta es un promedio entre la temperatura de la cubierta de vidrio Tg y la capa de agua Tw

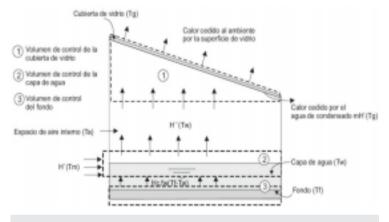


Figura 2. Volúmenes de control en el destilador

2.5 Balance en la capa de agua

La ecuación de energía se obtiene usando el volumen de control 2 de la Figura 2, y queda de la siguiente forma:

$$\alpha_{w}I + m_{w}H'_{Tm} + h_{c,fw}(T_{f} - T_{w}) = (h_{c,wg} + h_{r,wg})(T_{w} - T_{g}) + m_{w}H''_{Tw}$$
 (18)

Donde H'_{Tm} es la entalpia que tiene el agua a una temperatura Tm (esta temperatura es la de entrada al destilador), y H''_{Tw} es la entalpia del vapor de agua saturado a la temperatura Tw. La diferencia entre ambas entalpías puede escribirse como:

$$H''_{Tw} - H'_{Tm} = L_{Tw} + C_w (T_w - T_m)$$
 (19)

Donde L_{Tw} es el calor latente de vaporización del agua a la temperatura T_{W}

2.6 Balance en la superficie del fondo

Se obtiene mediante el volumen de control 3 de la Figura. 2:

$$\alpha_f I = h_{c,fw} \left(T_f - T_w \right) + h_{fe} \left(T_f - T_e \right) \tag{20}$$

Mediante manipulaciones de las ecuaciones (16), (18) y (20), la temperatura de la cubierta de vidrio se puede expresar según Lansing [3] como:

$$T_g = \frac{X_0 + X_1 T_e + X_2 Tm}{X_1 + X_2}$$
 (21)

Donde los términos X0. X1, y X2 son:

$$X_{0} = \left(m_{w}L_{Ta} + \alpha_{g}I\right) \left[\frac{h_{c,fw}h_{fe}}{h_{c,fw} + h_{fe}}\right] + I\left(h_{c,wg} + h_{r,wg} + m_{w}C_{w}\right) \left[\alpha_{g} + \alpha_{w} + \frac{\alpha_{f}h_{c,fw}}{h_{c,fw} + h_{fe}}\right]$$
(22)

$$X_{1} = \left[\left(h_{c,ge} + h_{r,ge} \right) \left(\frac{A_{g}}{A_{w}} \right) + h_{c,wg} + h_{r,wg} + m_{w} C_{w} \right] \left[\frac{\alpha_{f} h_{c,fw} h_{fe}}{h_{c,fw} + h_{fe}} \right] + \left(h_{c,ge} + h_{r,ge} \right) \left(\frac{A_{g}}{A_{w}} \right) \left(h_{c,wg} + h_{r,wg} + m_{w} C_{w} \right) \quad (23)$$

$$X_2 = m_w C_w \left(h_{c,wg} + h_{r,wg} + m_w C_w \right)$$
 (24)

3. SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

El sistema de ecuaciones que da respuesta al modelo planteado está compuesto por los tres (3) balances de energía que se plantearon para la cubierta de vidrio (Ecuación 16), la capa de agua (Ecuación 18) y el fondo (Ecuación 20). Las incógnitas a encontrar son tres (3) la temperatura de la cubierta de vidrio (Tg), la temperatura de la capa de agua (Tw) y la del fondo (Tf). El método escogido para esta resolución es el deNewton, dado que se presta a ecuaciones no lineales, como este caso.

El método de Newton se emplea ampliamente porque, al menos en la vecindad próxima de una raíz, converge más pronto que otros métodos, Gerald [4]. El esquema de cálculo se realiza mediante la ecuación:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$
 (25)

En la solución de este modelo se usó la aproximación de las derivadas para aplicar el método de Newton, el cual queda de la forma:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{\underline{f(x_n) - f(x_n - 1)}}$$
 (26)

Las ecuaciones usadas para las iteraciones del modelo son:

• Para encontrar la Temperatura del Fondo:

$$\begin{cases}
f(T_{f}) = \alpha_{f} I - h_{c,fw} (T_{f} - T_{w}) - h_{fe} (T_{f} - T_{w}) \\
f(T_{fi}) = \alpha_{f} I - h_{c,fw} (T_{fi} - T_{wi}) - h_{fe} (T_{fi} - T_{wi}) \\
T_{fn} = T_{f} - \frac{f(T_{f})}{f(T_{f}) - f(T_{fi})} \\
T_{f} - T_{fi}
\end{cases} (27)$$

Donde $T_{\rm fn}$ es la nueva temperatura para el fondo (a encontrar), Tf es la temperatura del fondo actual y Tfi es la temperatura del fondo en el paso anterior.

• Para encontrar la Temperatura del Agua

$$\begin{cases}
f(T_{w}) = \alpha_{g}I - m_{w} \left[L_{Ta} + C_{w} \left(T_{w} - T_{g} \right) \right] + \left(h_{c,wg} + h_{r,wg} \right) \left(T_{w} - T_{g} \right) - \left(h_{c,ge} + h_{r,ge} \right) \left(T_{g} - T_{e} \right) \left(\frac{A_{g}}{A_{w}} \right) \\
f\left(T_{wi} \right) = \alpha_{g}I + m_{w} \left[L_{Ta} + C_{w} \left(T_{wi} - T_{gi} \right) \right] + \left(h_{c,wg} + h_{r,wg} \right) \left(T_{wi} - T_{gi} \right) - \left(h_{c,ge} + h_{r,ge} \right) \left(T_{gi} - T_{ei} \right) \left(\frac{A_{g}}{A_{w}} \right) \\
T_{wn} = T_{w} - \frac{f\left(T_{w} \right)}{\frac{f\left(T_{w} \right) - f\left(T_{wi} \right)}{T_{w} - T_{wi}}}
\end{cases} (28)$$

Donde Twn es la nueva temperatura para el agua (a encontrar), Tw es la temperatura del agua actual y Twi es la temperatura del agua en el paso anterior. La temperatura del vidrio es igualada a la del agua paulatinamente hasta que el método converge. Según el esquema de la Figura 3.

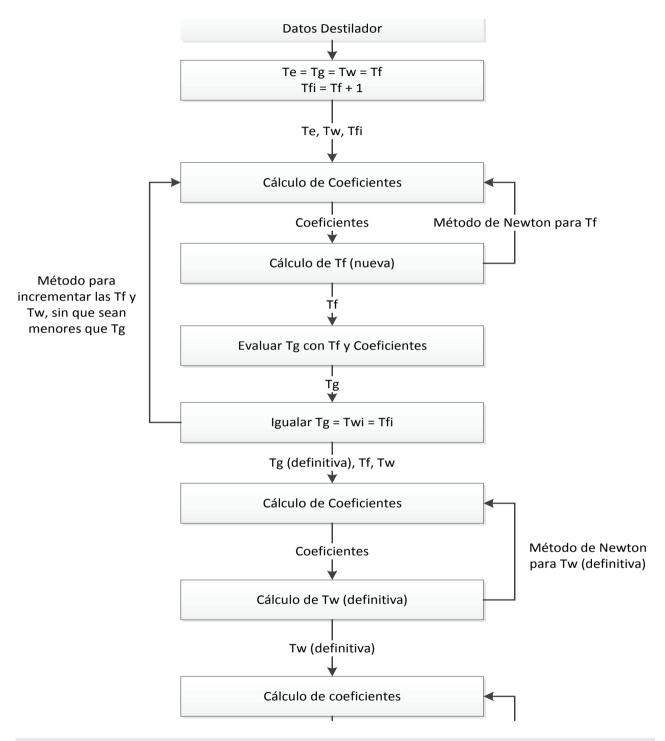


Figura 3. Esquema de cálculo de las temperaturas.

4. RESULTADOS

Para llevar a cabo las corridas de la simulación en la Península de Paraguaná, se tomó las dimensiones de un destilador ficticio o hipotético según las características de la siguiente tabla:

Tabla 2: Datos de entrada del Destilador [4]

Dato	Valor	
Ángulo acimutal	00	
Ángulo de Inclinación	40	
Espesor del vidrio	0,004 m	
Espesor de la capa de agua	0,0508 m	
Espesor del aislante	0,01905 m	
Espesor del soporte	0,01905 m	
Largo de destilador	2,5908 m	
Ancho del destilador	0,8128 m	
Altura del frente	0,0825 m	

Los datos necesarios para la aplicación del modelo de estimación de la radiación solar Hottel son: La latitud del lugar (ϕ) y la altura del lugar sobre el nivel del mar (A). En el caso de la Península de Paraguaná la latitud oscila entre los 11°36"00' N, de la Parroquia Punta Cardón, hasta los 12°12"00' N, del Cabo San Román punto más septentrional de Venezuela. En cuanto a la altura, su máxima elevación es el cerro Santa Ana de 830 m, que emerge sobre una llanura que no excede en promedio los 150 m. Para la simulación por el Modelo Hottel se asumió una latitud de 12°00"00' y altura de 100 m.

4.1 Sobre la radiación solar en días claros

Se puede observar en la Figura 4 que existe una diferencia en cuanto a la radiación solar en ambas fechas, para el mes de marzo supera los $1000 \, \mathrm{W/m^2}$ a las 12 horas solar y en el mes de diciembre no llega a $900 \, \mathrm{W/m^2}$.

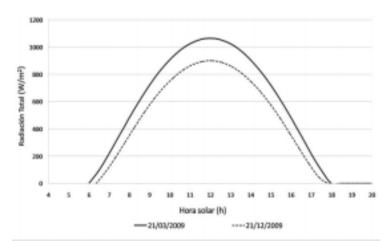


Figura 4. Radiación solar para los días 21-03-2009 y 21-12-2009

4.2 Sobre el flujo másico de destilado

El flujo másico tiene un máximo a las 12 (hora solar) que sobre pasa al 1 kg/h para el mes de marzo y que no sobrepasa los 0,9 kg/h para el mes de diciembre comportamiento en donde se evidencia una influencia de la radiación con respecto a la producción del destilador (ver Figura 5). En cuanto a la producción esperada para el destilador solar en el mes de marzo está cercana a 14,77 kg/m², dado que el área de captación del destilador es de 2,11 m², se puede decir que la cantidad de agua destilada

que puede producir un destilador estaría cercana a los 7 litros por cada metro cuadrado. Y con una eficiencia global de aproximadamente 28%. En cambio, para el mes de diciembre se puede esperar una producción de 11,18 kg/m², por lo tanto, el agua destilada estaría rondando los 5,30 litros por cada metro cuadrado. La eficiencia global se mantiene en 28 %.

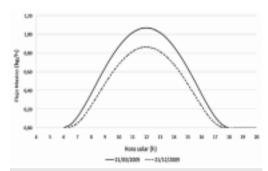


Figura 5. Producción de agua para los días 21-03-2009 y 21-12-2009

4.3 Sobre las temperaturas dentro del destilador

En las Figuras 6 y 7, se observa nuevamente una disminución de los valores para el mes de diciembre que está por el orden de los 3°C o 4°C para la temperatura de la cubierta de vidrio, de 7°C a 7,5°C para la temperatura del agua y 7,5°C a 8°C para la temperatura del fondo, nuevamente se evidencia una relación entre la radiación solar y el comportamiento del destilador. En cuanto a los valores de las eficiencias se puede observar que tanto en el mes de marzo como en el mes de diciembre se mantiene la eficiencia global del destilador en 28 %, a pesar que en diciembre existe una disminución en la producción de destilado, como se espera según la simulación realizada, pero también se existe una disminución de la radiación solar, compensándose todo.

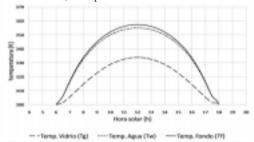


Figura 6. Temperaturas en el destilador solar para el 21-03-2009. Paraguaná

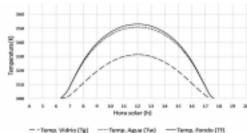


Figura 7. Temperaturas en el destilador solar para el 21-12-2009. Paraguaná

5. CONCLUSIONES

- Introduciendo los datos propios de la zona geográfica y la geómetra del destilador a simular, el Modelo Interactivo puede dar un estimado de la radiación solar incidente y un perfil de temperaturas alcanzadas y producción de agua destilada, para un día claro cualquiera.
- La solución del modelo matemático genera resultados satisfactorios y puede calcularse de acuerdo al algoritmo de la Fig. 3.6 presentado en la Pág. 43 de esta investigación, donde se aplica en varios momentos el método de aproximación iterativo de Newton.
- La estimación de la radiación solar en la Península de Paraguaná se ajustó al modelo "Hottel" utilizado en este Modelo Interactivo, debido a la predominancia de días claros en la zona, de acuerdo con los datos aportados por la estación meteorológica de Punto Fijo.
- El modelo matemático de la transferencia de calor del destilador en el estado cuasi estático puede emplearse en conjunto con el modelo de estimación de la radiación solar "Hottel" para predecir el comportamiento de un destilador en un día claro completo bajo las condiciones de la Península de Paraguaná.
- El Modelo Interactivo desarrollado permite predecir el comportamiento de un destilador solar de tipo caseta de cubierta simple, para los días claros en las zonas rurales de la Península de Paraguaná.

Referencias

- [1]. Determinación de la radiación solar horaria para días claros mediante planilla de cálculo. Passamai, V. Salta, Republica de Argentina : INENCO CIUNSA CONICET, 2000.
- [2]. Michael, Modest F. Radiactive Heat Transfer. United State of America: Academic Press, Elsiever Science, 2003. 0-12-503163-7.
- [3]. Lansing, F.L. and Young, C.S. Performance Simluation of the Solar-Powere Distiller. Part I. Quasi-Steady_State Condictions. Pasadena, California, United State of America: DSN Progress Report, 1978. 42-72.
- [4]. Wheatly, Gerald. Analisis numerico con aplicaciones. Naucalpan de Juarez, Mexico: Pearson Educación de Mexico, 2000.